Contact
Dit document is samengesteld door onderwijsbureau Bijles en Training. Wij zijn DE expert op het gebied van bijlessen en trainingen in de exacte vakken, van VMBO tot universiteit. Zowel voor individuele lessen op maat als voor doelgerichte groepstrainingen die je voorbereiden op een toets of tentamen.
Voor meer informatie kun je altijd contact met ons opnemen
via onze website: **http://www.wiskundebijlessen.nl**
of via e-mail: **marc_bremer@hotmail.com**.

Disclaimer
Alle informatie in dit document is met de grootst mogelijke zorg samengesteld. Toch is het niet uit te sluiten dat informatie niet juist, onvolledig en/of niet up-to-date is. Wij zijn hiervoor niet aansprakelijk. Op geen enkele wijze kunnen rechten worden ontleend aan de in dit document aangeboden informatie.

1.

a)

$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{30}{15} = 2$ (3 pnt)

$P_0 = \frac{1}{\Sigma_{k=0}^{3}\left(\frac{\rho^k}{k!}\right)} = \frac{1}{\frac{2^0}{0!}+\frac{2^1}{1!}+\frac{2^2}{2!}+\frac{2^3}{3!}} = 0.1579$ (4 pnt)

b)

Een beller hoort een bezettoon als er 4 mensen in het systeem zitten.

$P_4 = \frac{\rho^4}{4!}P_0 = \frac{2^4}{4!} \cdot 0.1579 = 0.1053$ (5 pnt)

c) $E(n) = \rho(1 - P_4) = 2(1 - 0.1053) = 1.79$ personen. (5 pnt)

d)

Dit is een M/M/3/∞/∞ rij.

$P_0 = \frac{1}{\Sigma_{k=0}^{3-1}\left(\frac{\rho^k}{k!}\right)+\frac{\rho^3}{(3-1)!(3-\rho)}} = \frac{1}{\frac{2^0}{0!}+\frac{2^1}{1!}+\frac{2^2}{2!}+\frac{2^3}{2!(3-2)}} = \frac{1}{9}$ (8 pnt)

e) $E_r(n) = \frac{\rho^{3+1}P_0}{(3-1)!(3-\rho)^2} = \frac{2^4 \cdot \frac{1}{9}}{2!(3-2)^2} = \frac{8}{9}$ (5 pnt)

f) $E_r(t) = \frac{E_r(n)}{\lambda} = \frac{\frac{8}{9}}{40} = \frac{1}{45}$ uur oftewel 1.33 minuut. (5 pnt)

2.

a)

	D	C	B	A
D	0	0	1	0
C	0	0	1	0
B	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
A	0	0	1	0

b)

$$\begin{array}{cccc|cccc} & & & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ & & & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline d & c & b & a & d & c & b & a \end{array}$$

oplossen. (3 pnt) Dit geeft de vergelijkingen:

$\frac{1}{3}b = d$
$\frac{1}{3}b = c$
$d + c + a = b$
$\frac{1}{3}b = a$

(3 pnt)

aangevuld met:

$d + c + b + a = 1$ (2 pnt)

De vergelijkingen 1, 2 en 4 invullen in de laatste geeft:

$\frac{1}{3}b + \frac{1}{3}b + b + \frac{1}{3}b = 2b = 1$ en dus $b = \frac{1}{2}$ en $a = c = d = \frac{1}{6}$ (2 pnt)

c)

	E	F	A	B	C	D
E	1	0	0	0	0	0
F	0	1	0	0	0	0
A	0	0	0	1	0	0
B	0	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
C	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0
D	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0

(5 pnt)

d)

De matrix met absorberende toestanden delen we in vieren: (2 pnt)

$$\begin{array}{cc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{array}$$

en bij de vier delen horen de volgende symbolen:

$$\begin{array}{c|c} Q & O \\ \hline R & T \end{array}$$

(2 pnt)

Om de kans te bepalen dat we van C naar F gaan berekenen we $(I-T)^{-1} * R$.

				0	0
				0	0
				$\frac{1}{2}$	0
				0	$\frac{1}{2}$
2	3	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	3	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0.5	1.5	1.5	0.5	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
0.5	1.5	0.5	1.5	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

(4 pnt)

Dus de kans om vanuit C uiteindelijk in de absorberende toestand F te belanden is $\frac{1}{4}$ (2 pnt)

3)
a)
De productie van produkt 1 in tienduizenden stuks noemen we x_1, die van produkt 2 x_2 en die van produkt 3 x_3. (2 pnt)
min $(20x_1 + 15x_2 + 25x_3)$ (2 pnt)

onder de voorwaarden:
$6x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 50$
$8x_1 + 7x_2 + 5x_3 \geq 140$ (3 pnt)

x_1, x_2, $x_3 \geq 0$ (1 pnt)
b)
x_1 is maximaal 8.3 (met $x_2 = 0$, $x_3 = 0$)
x_2 is maximaal 12.5 (met $x_1 = 0$, $x_3 = 0$)
x_3 is maximaal 10 (met $x_1 = 0$, $x_2 = 0$)
In geen van de drie gevallen wordt aan de tweede randvoorwaarde voldaan. (5 pnt)
c)
De productie van produkt 1 in tienduizenden stuks noemen we x_1, die van produkt 2 x_2 en die van produkt 3 x_3. (2 pnt)
min $(\frac{2}{15}d_1^- + \frac{2}{15}d_1^+ 4d_2^-)$ (4 pnt)

onder de voorwaarden:
$6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + d_1^- - d_1^+ = 50$
$8x_1 + 7x_2 + 5x_3 + d_2^- - d_2^+ = 140$ (4 pnt)

x_1, x_2, x_3, d_1^-, d_1^+, d_2^-, $d_2^+ \geq 0$ (2 pnt)