Uitwerkingen oefenopdrachten or

Marc Bremer

August 10, 2009

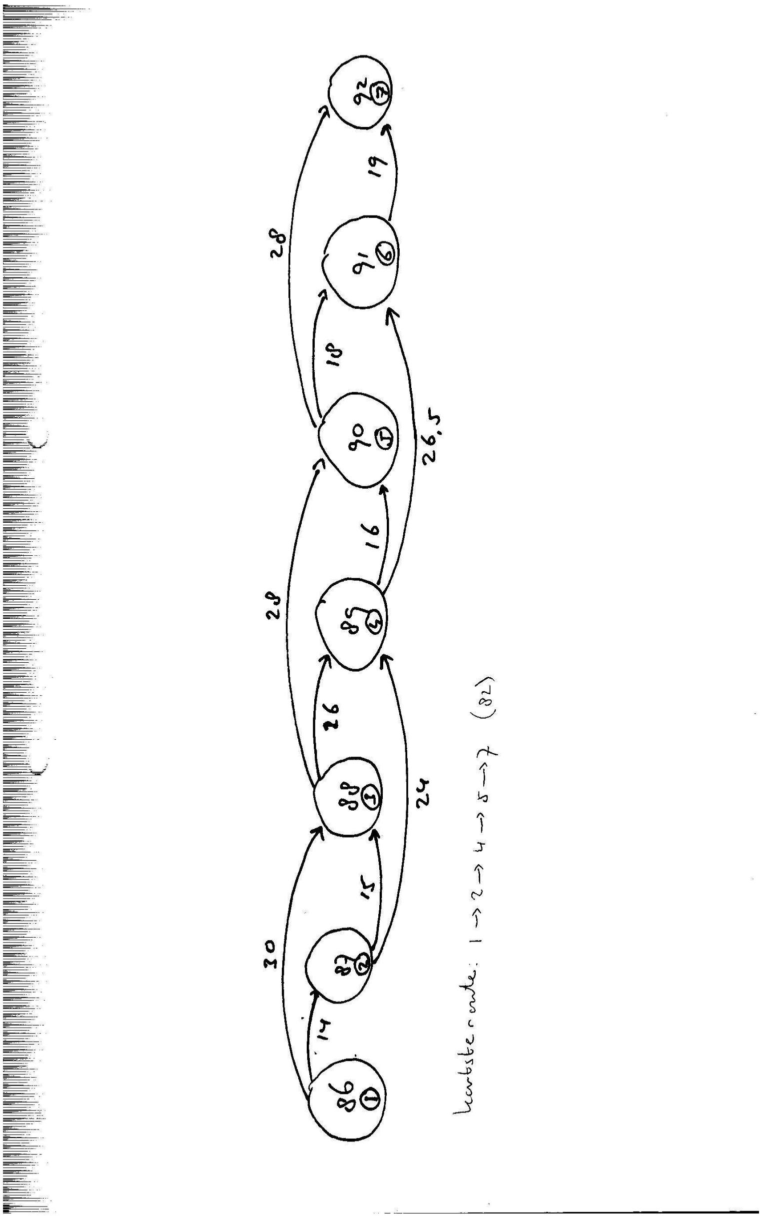
Uitwerkingen bijeenkomst 1

Contact
Dit document is samengesteld door onderwijsbureau Bijles en Training.
Wij zijn DE expert op het gebied van bijlessen en trainingen in de exacte vakken, van VMBO tot universiteit. Zowel voor individuele lessen op maat als voor doelgerichte groepstrainingen die je voorbereiden op een toets of tentamen.
Voor meer informatie kun je altijd contact met ons opnemen
via onze website: **http://www.wiskundebijlessen.nl**
of via e-mail: **marc_bremer@hotmail.com**.

Disclaimer
Alle informatie in dit document is met de grootst mogelijke zorg samengesteld. Toch is het niet uit te sluiten dat informatie niet juist, onvolledig en/of niet up-to-date is. Wij zijn hiervoor niet aansprakelijk. Op geen enkele wijze kunnen rechten worden ontleend aan de in dit document aangeboden informatie.

1) We strepen telkens de stroom langs een bepaalde route weg en kijken dan welke mogelijkheden er nog over zijn. Zo gaan we door totdat er geen stromen van begin naar eind meer mogelijk zijn. Strikt genomen zouden we niet alleen de stromen moeten weghalen, maar ook de stromen in tegengestelde richting moeten toevoegen. Dat blijkt bij dit probleem niet uit te makenk de stromen in tegengestelde richting moeten toevoegen. Dat blijkt hier echter geen andere oplossing te geven.
1-2-4-6-8 = 15
1-3-7-8 = 3
1-2-3-7-8 = 4
1-2-4-5-7-8 = 5
1-2-4-3-7-8 = 5
1-2-4-6-5-7-8 = 4
Alle stromen bij elkaar opgeteld geeft 36.

2)



3) Omdat er niet evenveel gevraagd als geleverd wordt, voegen we een lokatie IV toe met een voorraad van 50 en transportkosten 0. De Noord-West regel geeft dan:

	A	B	C	
I	150 (3)	XXX	(6)	150
II	50(7)	10(12)	XXX	60
III	(1)	90(5)	20(4)	110
IV	(0)	(0)	50(0)	50
	200	100	70	370

We kijken waar het het gunstigst is ladingen te verplaatsen:
$I - C = 6 + 7 + 5 - 3 - 12 - 4 = -1$
$III - A = 1 + 12 - 7 - 5 = 1$
$IV - A = 0 + 12 = 4 - 7 - 5 - 0 = 4$
$IV - B = 0 + 4 - 0 - 5 = -1$
We kunnen dus kiezen voor $IV - B$ en $I - C$. We kiezen voor $IV - B$ en vinden:

	A	B	C	
I	150 (3)	XXX	(6)	150
II	50(7)	10(12)	XXX	60
III	(1)	40(5)	70(4)	110
IV	(0)	50(0)	(0)	50
	200	100	70	370

We kijken waar het het gunstigst is ladingen te verplaatsen:
$I - C = -1$
$III - A = 1$
$IV - A = 4$
$IV - D = 0 + 5 - 4 - 0 = 1$
We kiezen dus voor $I - C$ en vinden:

	A	B	C	
I	140 (3)	XXX	10(6)	150
II	60(7)	(12)	XXX	60
III	(1)	50(5)	60(4)	110
IV	(0)	50(0)	(0)	50
	200	100	70	370

Omdat nu iedere verplaatsing van de lading een verhoging van de kosten geeft is dit het optimum. De optimale kosten worden
$140 \cdot 3 + 10 \cdot 6 + 60 \cdot 7 + 50 \cdot 5 + 60 \cdot 4 + 50 \cdot 0 = 1390.$

Bij onderdeel b zien we dat $III - A = 1 + 6 - 3 - 4 = 0!$ Dat betekent dat we hier met lading kunnen schuiven zonder dat de kosten veranderen. Dit geeft als alternatieve optimale oplossing:

	A	B	C	
I	80 (3)	XXX	70(6)	150
II	60(7)	(12)	XXX	60
III	60(1)	50(5)	(4)	110
IV	(0)	50(0)	(0)	50
	200	100	70	370

Bij onderdeel c veranderen de kosten bij lokatie IV. We kunnen dan het probleem gewoon opnieuw uitrekenen voor de 2 gevallen. Het is het snelst te beginnen bij de al gevonden optimale oplossing van opgave a.
Dat geeft in lokatie 1:

	A	B	C	
I	140 (3)	XXX	10(6)	150
II	60(7)	(12)	XXX	60
III	(1)	50(5)	60(4)	110
IV	(9)	50(3)	(16)	50
	200	100	70	370

Omdat nu iedere verplaatsing van de lading een verhoging van de kosten geeft is dit het optimum. De optimale kosten worden
$140 \cdot 3 + 10 \cdot 6 + 60 \cdot 7 + 50 \cdot 5 + 60 \cdot 4 + 50 \cdot 3 = 1540$.

Dat geeft in lokatie 2:

	A	B	C	
I	140 (3)	XXX	10(6)	150
II	60(7)	(12)	XXX	60
III	(1)	50(5)	60(4)	110
IV	(6)	50(4)	(1)	50
	200	100	70	370

We kijken waar het het gunstigst is ladingen te verplaatsen:
$II - B = 1$
$III - A = 1$
$IV - A = 6 + 5 + 6 - 4 - 4 - 3 = 6$

$IV - D = 1 + 5 - 4 - 4 = -3$
We kiezen dus voor $IV - D$ en vinden:

	A	B	C	
I	140 (3)	XXX	10(6)	150
II	60(7)	(12)	XXX	60
III	(1)	100(5)	10(4)	110
IV	(6)	(4)	50(1)	50
	200	100	70	370

Omdat nu iedere verplaatsing van de lading een verhoging van de kosten geeft is dit het optimum. De optimale kosten worden
$140 \cdot 3 + 10 \cdot 6 + 60 \cdot 7 + 100 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 50 \cdot 1 = 1490$.

De beste optie is dus lokatie 2.

4) Er wordt gevraagd om een MAXIMUM. Volgens het boek moeten we dan eerst overal een - voorzetten, en dan tellen we bij ieder punt hetzelfde op totdat alles positief is (dus 9) zodat we kunnen minimaliseren.

8	7	2	2	3
4	6	6	9	8
5	8	5	6	4
6	8	9	4	5
9	8	6	3	7
6	6	2	4	4

-8	-7	-2	-2	-3
-4	-6	-6	-9	-8
-5	-8	-5	-6	-4
-6	-8	-9	-4	-5
-9	-8	-6	-3	-7
-6	-6	-2	-4	-4

1	2	7	7	6	0
5	3	3	0	1	0
4	1	4	3	5	0
3	1	0	5	4	0
0	1	3	6	2	0
3	3	7	5	5	0

Omdat er niet evenveel taken als docenten zijn vullen we aan het een kolom nullen. Nu kunnen we in iedere rij en iedere kolom kijken of we alle getallen met een bepaalde hoeveelheid kunnen verminderen, totdat er minstens 1 nul staat. Dat geeft:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 7 & 7 & 5 & 0 \\ 5 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 3 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 7 & 5 & 4 & 0 \end{matrix}$$

Omdat we niet 6 nullen kunnen kiezen die niet in dezelfde rij of kolom staan, gebruiken we de Hongaarse methode om het aantal nullen te vermeerderen.
We zetten strepen door de kolommen 1, 2, 3, 6 en de rij 2. Dit geeft als resultaat:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 7 & 6 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 4 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 7 & 4 & 3 & 0 \end{matrix}$$

Omdat we nog steeds niet 6 nullen kunnen kiezen die niet in dezelfde rij of kolom staan, gebruiken we de Hongaarse methode om het aantal nullen te vermeerderen.
We zetten strepen door kolom 6 en de rijen 2, 3, 4, 5. Dit geeft als resultaat:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 6 & 5 & 3 & 0 \\ 6 & 3 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 5 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 6 & 3 & 2 & 0 \end{matrix}$$

en nu geef ik met sterretjes de optimale oplossing aan:

*	0	6	5	3	0
6	3	4	*	0	2
4	*	4	2	3	1
3	0	*	4	2	1
0	0	3	5	*	1
2	1	6	3	2	*

Serie 2: Deterministische voorraadproblemen

5) Dit is een standaard voorraadprobleem.
$Q_0 = \sqrt{\frac{2VB}{PR}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \cdot 200 \cdot 35}{15 \cdot 0.24}} = 216$
$K_v = \frac{V}{Q}B + \frac{Q}{2}PR = \frac{12*200}{216} \cdot 35 + \frac{216}{2} \cdot 15 \cdot 0.24 = 778$
Voor de afwijking bij veelvouden van 50 moeten we de kosten berekenen bij 200 stuks en bij 250 stuks.
$K_v = \frac{V}{Q}B + \frac{Q}{2}PR = \frac{12*200}{200} \cdot 35 + \frac{200}{2} \cdot 15 \cdot 0.24 = 780$
$K =_v \frac{V}{Q}B + \frac{Q}{2}PR = \frac{12*200}{250} \cdot 35 + \frac{250}{2} \cdot 15 \cdot 0.24 = 786$
Deze deelvraag dient als illustratie van het in het boek genoemde verschijnsel, dat een afwijking van de optimale hoeveelheid in dit model bijna niets uitmaakt.
Bij de volgende deelvraag is de vraag: bij welke voorraad moet de bestelling geplaatst worden. De levertijd is twee weken. In twee weken worden $2400 \cdot \frac{2}{52} = 92$ kookboeken verkocht. Dus de bestelling wordt geplaatst bij een voorraad van 92.

6) Stap 1: bereken voor ieder prijsniveau de optimale bestelgrootte:
$Q_{0,7.50} = \sqrt{\frac{2VB}{PR}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3500 \cdot 25}{7.50 \cdot 0.18}} = 360$
$Q_{0,7} = \sqrt{\frac{2VB}{PR}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3500 \cdot 25}{7 \cdot 0.18}} = 373$
Stap 2: Kijk welke optimale bestelgroottes zijn toegestaan.
Dit is de optimale bestelgrootte bij een prijs van 7.
Omdat dit de laagste prijs is, is 373 ook automatisch de echt optimale bestelgrootte.

7) Dit is een voorraadprobleem met naleveringen.
$B = 15 + 25 + 20 + 60 = 100$
De voorraadkosten bedragen 1 per maand, dus 12 per jaar per Ala.
Omdat de prijs van een Ala 50 is en de voorraadkosten per Ala per jaar 12, geldt dus $R = \frac{12}{50} = 0.24$
$Q_0 = \sqrt{\frac{2VB}{PR}}\sqrt{\frac{g+PR}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 600 \cdot 100}{50 \cdot 0.24}}\sqrt{\frac{40+12}{40}} = 114$
$S_0 = Q_0\frac{PR}{g+PR} = 114\frac{50 \cdot 0.24}{40+5 \cdot 0.24} = 26$
$K_v = \frac{V}{Q}B + \frac{(Q-S)^2}{2Q}PR + \frac{1}{2}\frac{S^2}{Q}g$
$= \frac{600}{114} \cdot 100 + \frac{(114-26)^2}{2 \cdot 114} \cdot 50 \cdot 0.24 + \frac{1}{2}\frac{26^2}{114}40 = 1052$
Vraag b was bedoeld als een vereenvoudiging van vraag a, maar blijkt aanzienlijk lastiger te zijn. Dat had ik van tevoren niet goed ingeschat. Vraag b vervalt dus als oefenopgave.

8) Dit is een voorraadprobleem met geleidelijke aanvulling van de voorraad.
Omdat de prijs van een Rastor 18 is en de voorraadkosten per Rastor per jaar 2, geldt dus $R = \frac{2}{18} = 0.11$

$Q_0 = \sqrt{\frac{2VB}{PR}}\sqrt{\frac{C}{C-V}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 75000 \cdot 2000}{18 \cdot 0.11}}\sqrt{\frac{250000}{250000-75000}} = 14712$

$K_v = \frac{V}{Q}B + \frac{PQR}{2}\frac{C-V}{C} =$

$= \frac{75000}{14712} \cdot 2000 + \frac{18 \cdot 14712 \cdot 0.11}{2} \cdot \frac{250000-75000}{250000} = 20393$

Bij een bestelling
produceren we iedere dag 1000 stuks en verkopen we er 300.
Dus de voorraad neemt met 700 toe. Dus na 10 dagen zit het magazijn vol. In die 10 dagen hebben we 10000 stuks geproduceerd.
Des te verder we van de optimale bestelgrootte afraken,
des te groter de voorraadkosten worden. Dus de best mogelijke bestelgrootte wordt nu 10000.

$K_v = \frac{V}{Q}B + \frac{PQR}{2}\frac{C-V}{C} =$

$= \frac{75000}{10000} \cdot 2000 + \frac{18 \cdot 10000 \cdot 0.11}{2} \cdot \frac{250000-75000}{250000} = 22000$

Serie 3: Deterministische en stochastische voorraadproblemen

9) Dit is een voorraadprobleem met een niet-constant (maar nog geen stochastisch). vraagpatroon. We beginnen bij het begin van maand 1 en kijken wat de gemiddelde maandelijkse kosten zijn als we alleen voor die maand produceren. Vervolgens kijken we wat die gemiddelde kosten doen als we voor maand 1 en 2 produceren, voor maand 1, 2 en 3 produceren etc. Zolang de gemiddelde kosten dalen pakken we er telkens een maand bij, als ze weer stijgen weten we dat we moeten stoppen.
Kosten productierun voor maand 1: 5000
Gemiddelde kosten per maand: $\frac{5000}{1} = 5000$
Kosten productierun voor maand 1 en 2: $5000 + 7 \cdot 500 \cdot 1 = 8500$
Gemiddelde kosten per maand: $\frac{8500}{2} = 4250$
Kosten productierun voor maand 1, 2 en 3: $5000 + 7 \cdot 500 \cdot 2 + 4 \cdot 500 \cdot 1 = 14000$
Gemiddelde kosten per maand: $\frac{14000}{3} = 4666$

Dus de eerste productierun van 1 december bedraagt 11 boten voor de maanden 1 en 2.

Kosten productierun voor maand 3: 5000
Gemiddelde kosten per maand: $\frac{5000}{1} = 5000$
Kosten productierun voor maand 3 en 4: $5000 + 8 \cdot 500 \cdot 1 = 9000$
Gemiddelde kosten per maand: $\frac{9000}{2} = 4500$
Kosten productierun voor maand 3, 4 en 5: $5000 + 8 \cdot 500 \cdot 2 + 5 \cdot 500 \cdot 1 = 15500$
Gemiddelde kosten per maand: $\frac{15500}{3} = 5166$

Dus de tweede productierun bedraagt 12 boten voor de maanden 3 en 4.

Kosten productierun voor maand 5: 5000
Gemiddelde kosten per maand: $\frac{5000}{1} = 5000$
Kosten productierun voor maand 5 en 6: $5000 + 8 \cdot 500 \cdot 1 = 9000$
Gemiddelde kosten per maand: $\frac{9000}{2} = 4500$

Omdat nergens vermeld staat dat er aan het einde van maand 6 geen voorraad mag zijn, kunnen we dus de grootte van de derde productierun nog niet aangeven. Deze hangt af van de bestellingen voor de tweede helft van 2009.

10) De vraag gedurende de levertijd is normaal verdeeld met $\mu = 4 \cdot 500 = 2000$ en $\sigma = \sqrt{4} \cdot 125 = 250$

De optimale bestelgrootte volgens het EOQ-model (wat hier strikt genomen niet van toepassing is maar wel als acceptabele schatting wordt gebruikt):
$Q_0 = \sqrt{\frac{2VB}{PR}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 26000 \cdot 300}{4}} = 1975$
Per cyclus is het verwachte aantal tekort dus $1975 \cdot 0.01 = 19.75$.

Dus $\sigma \cdot NL\,(z) = 19.75$
$250 \cdot NL\,(z) = 19.75$
$NL\,(z) = 0.079$
$z = 1.00$

Dus $r = 2000 + 1.00 \cdot 250 = 2250$

Bij vraag c moeten we berekenen wat de kans is dat de vraag in 4 weken groter is dan 2250. De z-waarde van 2250 is 1.00 (zie hiervoor) en de kans die hierbij hoort (zie tabel) is 0.1587.

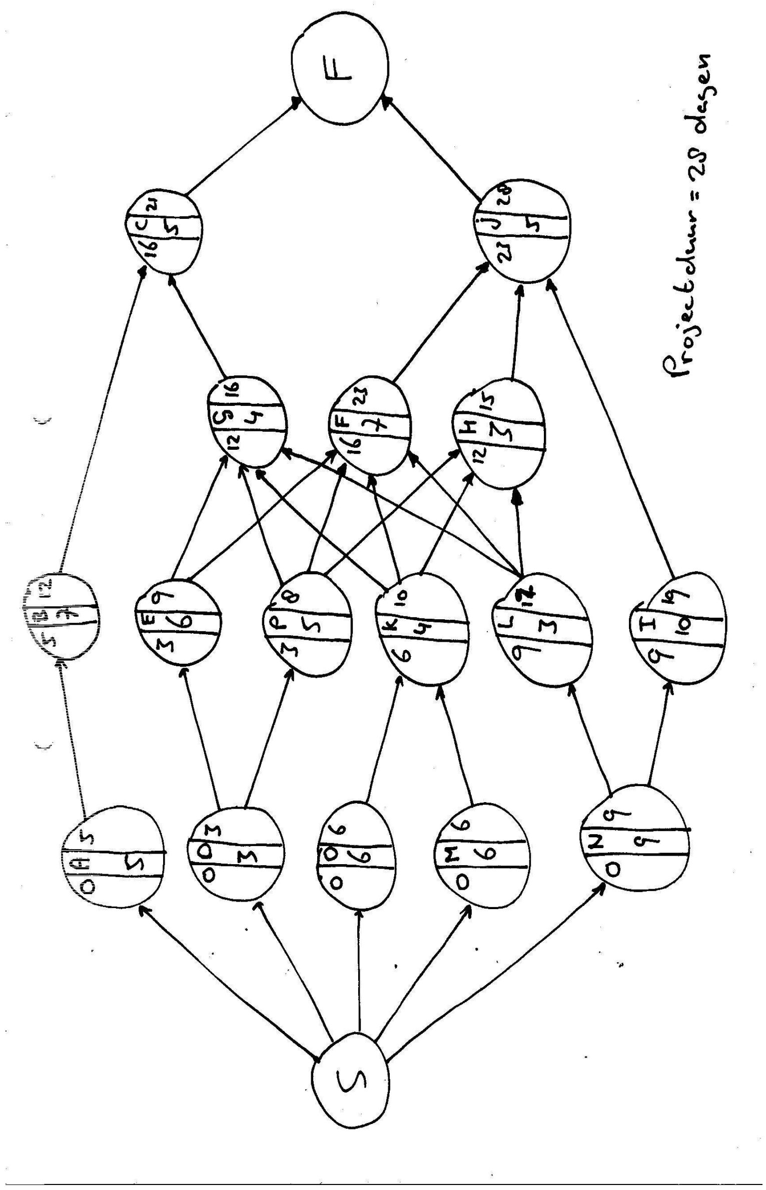
11) Dit is een voorraadprobleem voor producten met korte houdbaarheid.
$w = 1.00$
$y = 0.30$
$P\,(v \leq Q^0) = \frac{w}{w+y} = \frac{1.00}{1.00+0.30} = 0.68$
Uit tabel voor de normale verdeling: $z = 0.47$.
$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$
$0.68 = \frac{x-190}{35} = 214$
Er moeten dus 214 broden worden ingekocht.

12) Voor het gemak noem ik zowel deksels als bodems 'zijstukken'.

Week	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Geplande leveringen vaten	?	10	15	15	15	0	10	10	5	10
Geplande produktie vaten	10	15	15	15	0	10	10	5	10	?
Aantal zijstukken	20	30	30	30	0	20	20	10	20	?
Eindvoorraad zijstukken	50	20	30	0	0	20	0	30	10	?
Geplande leveringen zijstukken			40			40		40		?
Geplande produktie zijstukken			40		40					?
Aantal cylinders	10	15	15	15	0	10	10	5	10	?
Eindvoorraad cylinders	50	35	20	5	5	20	10	5	20	?
Geplande leveringen cylinders					25				25	?
Geplande produktie cylinders	25				25					?

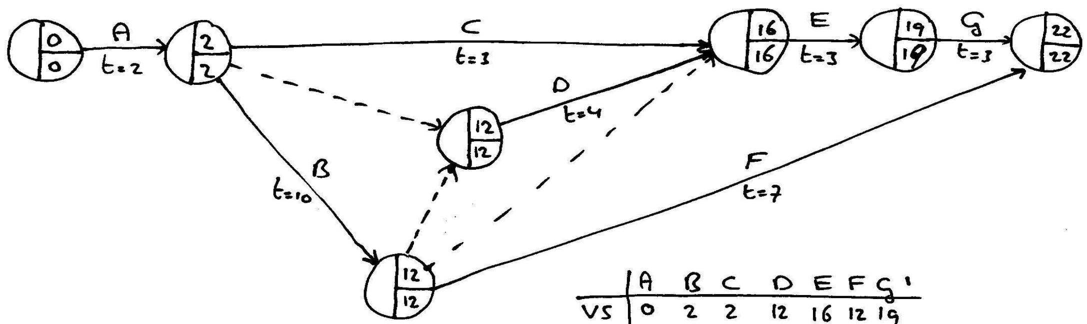
Serie 4: Netwerkplanning

13)



14)

1.9



	A	B	C	D	E	F	G'
VS	0	2	2	12	16	12	19
LS	0	2	13	12	16	15	19
VE	2	12	5	16	19	19	22
LE	2	12	16	16	19	22	22
slack	0	0	11	0	0	3	0

kritieke pad: ABDEG

15) AD heeft een lengte van 11
ACE heeft een lengte van 18
BE heeft een lengte van 16
F heeft een lengte van 15
Dus de tijdsduur van het project is 18

AD kan gereduceerd worden tot 5
ACE kan gereduceerd worden tot 9
BE kan gereduceerd worden tot 10
F kan gereduceerd worden tot 12
Dus de lengte van het project kan lopen van 12 tot en met 18

We gaan nu telkens stap voor stap bij iedere verkorting na welke activiteiten allemaal op het kritieke pad liggen en welke daarvan het goedkoopst verkort kan worden.

Duur	Krit. pad	Goedkoopst	Kosten	Totaal	Besparingen	Winst
18	ACE	C (1)	300	300	400	100
17	ACE	C (2)	300	600	800	200
16	ACE, BE	B (1), C (3)	500	1100	1200	100
15	ACE, BE, F	A (1), B (2), F (1)	1400	2500	1600	-900
14	ACE, BE, F	A (2), B (3), F (2)	1400	3900	2000	-1900
13	ACE, BE, F	E (1), F (3)	1500	5400	2400	-3000

Dus we voeren het project uit in 16 dagen.

15d) x_i is het tijdstip waarop alle activiteiten
die naar knooppunt i wijzen zijn afgerond.
y_j is het aantal tijdseenheden dat activiteit j wordt verkort.
min $(400y_A + 200y_B + 300y_C + 500y_D + 700y_E + 800y_F + 400x_4$
De specifieke randvoorwaarden zijn:
$x_4 \leq 16$

$y_j \leq 3$, A$\leq j \leq$F
$x_2 + y_A \geq 7$
$x_3 + y_B \geq 10$
$x_3 - x_2 + y_C \geq 5$

$x_4 - x_1 + y_F \geq 15$
$x_4 - x_2 + y_D \geq 6$
$x_4 - x_3 + y_E \geq 4$
De triviale randvoorwaarden zijn:
$y_j \geq 0$, A$\leq j \leq$F

16) We geven eerst voor iedere activiteit de verwachting en de variantie van de tijdsduur.

Activiteit	Verwachting	Variantie
A	$\frac{2+4\cdot3+4}{6} = 3$	$\left(\frac{4-2}{6}\right)^2 = 0.11$
B	$\frac{7+4\cdot8+9}{6} = 8$	$\left(\frac{9-7}{6}\right)^2 = 0.11$
C	$\frac{2+4\cdot3+10}{6} = 4$	$\left(\frac{10-2}{6}\right)^2 = 1.78$
D	$\frac{9+4\cdot10+11}{6} = 10$	$\left(\frac{11-9}{6}\right)^2 = 0.11$
E	$\frac{9+4\cdot12+21}{6} = 13$	$\left(\frac{21-9}{6}\right)^2 = 4$
F	$\frac{4+4\cdot11+12}{6} = 10$	$\left(\frac{12-4}{6}\right)^2 = 1.78$
G	$\frac{4+4\cdot7+10}{6} = 7$	$\left(\frac{10-4}{6}\right)^2 = 1$

Het is eenvoudig te zien dat het kritieke pad BEF is (zie ook plaatje)

De verwachte tijdsduur van dit pad is $8 + 13 + 10 = 31$ dagen.
De standaarddeviatie van dit pad is:
$\sqrt{0.11 + 4 + 1.78} = 2.43$

De kans dat het project minder dan 32 weken duurt is $1 - 0.3409 = 0.6591$
$(z = \frac{32-31}{2.43} = 0.41)$
De kans dat het project meer dan 34 weken duurt is 0.1093 $(z = \frac{34-31}{2.43} = 1.23)$
De kans dat het project daartussen zit is $(1 - 0.6591 - 0.1093 = 0.2316)$

Dus de verwachte opbrengsten zijn:
$80000 \cdot 0.6591 + 70000 \cdot 0.1093 + 40000 \cdot 0.2316 = 69643$

Serie 5: integer en 0-1 programmering

17) v is de totale stroom. x_{ij} is de stroom van punt i naar punt j.
Dit geeft:
max (v)

$x_{12} + x_{13} = v$
$x_{24} + x_{23} - x_{12} = 0$
$x_{35} + x_{37} - x_{13} - x_{23} - x_{43} = 0$
$x_{43} + x_{45} + x_{46} - x_{24} = 0$
$x_{57} - x_{35} - x_{45} - x_{65} = 0$
$x_{65} + x_{68} - x_{46} = 0$
$x_{78} - x_{37} - x_{57} = 0$
$-x_{68} - x_{78} = -v$

$0 \leq x_{12} \leq 35$
$0 \leq x_{13} \leq 3$
$0 \leq x_{23} \leq 4$
$0 \leq x_{24} \leq 30$
$0 \leq x_{35} \leq 4$
$0 \leq x_{37} \leq 13$
$0 \leq x_{43} \leq 5$
$0 \leq x_{45} \leq 5$
$0 \leq x_{46} \leq 22$
$0 \leq x_{57} \leq 15$
$0 \leq x_{65} \leq 4$
$0 \leq x_{68} \leq 15$
$0 \leq x_{78} \leq 24$

18) Uit de gegevens kunnen we een netwerk tekenen voor het bepalen van de kortste route (zie plaatje).
x_{ij} geeft aan of we de route van punt i naar j wel of niet nemen.
Dit geeft:
min ($14x_{12} + 30x_{13} + 15x_{23} + 24x_{24} + 16x_{34} + 28x_{35} +$
$16x_{45} + 26.5x_{46} + 18x_{56} + 28x_{57} + 19x_{67}$)

$x_{12} + x_{13} = 1$

$x_{23} + x_{24} - x_{12} = 0$
$x_{34} + x_{35} - x_{13} - x_{23} = 0$
$x_{45} + x_{46} - x_{24} - x_{34} = 0$
$x_{56} + x_{57} - x_{35} - x_{45} = 0$
$x_{67} - x_{46} - x_{56} = 0$
$-x_{57} - x_{67} = -1$

$x_{ij} \in 0, 1,\ 1 \leq i \leq 6,\ 2 \leq i \leq 7$

19) x_i is het aantal eenheden van elk type vracht.
max $(310x_1 + 400x_2 + 500x_3 + 500x_4 + 650x_5 + 800x_6 + 850x_7)$

$1.8x_1 + 2.8x_2 + 3x_3 + 3.6x_4 + 3.8x_5 + 4.6x_6 + 5x_7 \leq 2500$
$250x_1 + 300x_2 + 500x_3 + 400x_4 + 550x_5 + 800x_6 + 750x_7 \leq 4000$
$x_i \in 0, 1, 2, 3, 4, ...,\ 1 \leq i \leq 7$

Bij vraag b moeten we extra 0-1 variabelen y_i invoeren.
y_i geeft aan of vracht i wel of niet meegaat. Dit geeft de extra voorwaarden:
$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 \leq 2$
$x_i \leq 10000y_i,\ 1 \leq i \leq 7$
$y_i \in 0, 1,\ 1 \leq i \leq 7$

20) x_i is het aantal kinderwagens geproduceerd in plaats i.
y_i geeft aan of in plaats i wel of geen kinderwagens gemaakt worden.
min $(6000y_4 + 5500y_5 + 8000y_6 + 7000y_7 + 7500y_8$
$+280x_1 + 290x_2 + 275x_3 + 300x_4 + 250x_5 + 270x_6 + 260x_7 + 265x_8)$

De specifieke randvoorwaarden zijn:
$x_i \geq 200y_i,\ 3 \leq i \leq 8$
$y_5 \geq y_4$
$y_6 \geq y_7 + y_8 - 1$
$x_1 \geq 130y_5$
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \geq 2000$

De algemene randvoorwaarden zijn:
$x_i \leq 10000y_i,\ 1 \leq i \leq 8$
$x_i \in 0, 1, 2, 3, 4, ...,\ 1 \leq i \leq 8$
$y_i \in 0, 1,\ 1 \leq i \leq 8$