

## Oefentoets - Lineaire problemen

Schrijf je antwoorden zo volledig mogelijk op. Gebruik voor het tekenen van een grafiek potlood en lineaal.

Vraag 1 Voetbal is een sport met steeds meer leden. Het aantal leden is gegeven door de volgende formule:  $N = 100t + 1200$ . Hierbij is  $N$  het aantal leden van een voetbalclub in duizendtallen en  $t$  de tijd in jaren met  $t = 0$  op 1 januari 2000.

a Bereken het aantal spelers op 1 januari 2010.

We bekijken het aantal spelers in 2010. Er geldt dan dus dat  $t = 10$ . We vullen nu in onze formule in  $t = 10$  en krijgen  $N = 100 \times 10 + 1200 = 2200$ . Er zijn op 1 januari 2010 dus 2,2 miljoen mensen lid van een voetbalclub want  $N$  is in duizendtallen.

b Met hoeveel neemt het aantal leden toe per jaar?.

De richtingscoëfficiënt is 100 dus het aantal leden neemt jaarlijks met 100000 toe.

c In welk jaar zal het aantal leden gelijk zijn aan 2 miljoen?

Het aantal leden is gelijk aan 2 miljoen als  $N = 2000$ . Invullen in de formule geeft:

$$100t + 1200 = 2000$$

$$-1200 \quad -1200$$

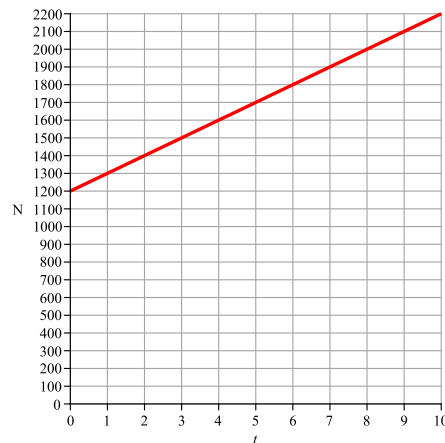
$$100t = 800$$

$$t = \frac{800}{100} = 8$$

Het aantal leden is dus op 1 januari 2008 gelijk aan 2 miljoen.

d Teken de grafiek van  $N$ .

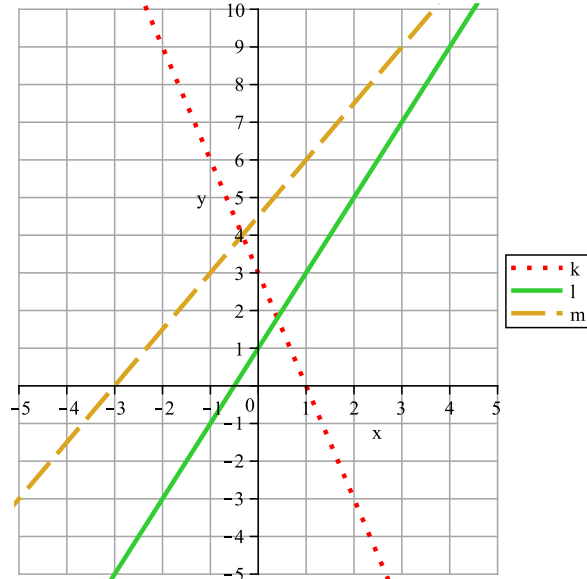
Hieronder staat een tabel met een aantal punten van onze formule en is de grafiek getekend die bij  $N$  hoort.



Figuur 1: De grafiek van  $N$

$t$	0	1	2	3	4	5
$N$	1200	1300	1400	1500	1600	1700

Tabel 1: Tabel bij figuur 1



Figuur 2: Lijnen

Vraag 2 In figuur 2 zijn de lijnen  $k$ ,  $l$  en  $m$  getekend.

a Stel van elk van de lijnen de formule op.

We kijken eerst naar lijn  $k$ . Een formule voor een lijn is altijd van de vorm:  $y = ax + b$ . Er geldt dat  $b$  het snijpunt van de lijn met de  $y$ -as is dus  $b = 3$ . Vervolgens bepalen we  $a$  wat de richtingscoëfficiënt is van de lijn. We nemen twee makkelijke punten van de lijn bijvoorbeeld  $(0, 3)$  en  $(1, 0)$ .

$$a = rc = \frac{\text{verticaal verplaatsing}}{\text{horizontaal verplaatsing}} = \frac{0 - 3}{1 - 0} = -3$$

We hebben nu onze lijn gevonden namelijk  $k : y = -3x + 3$

We gaan nu kijken naar de lijn  $l$ . Een formule voor een lijn is altijd van de vorm:  $y = ax + b$ . Er geldt dat  $b$  het snijpunt van de lijn met de  $y$ -as is dus  $b = 1$ . Vervolgens bepalen we  $a$  wat de richtingscoëfficiënt is van de lijn. We nemen twee makkelijke punten van de lijn bijvoorbeeld  $(0, 1)$  en  $(3, 7)$ .

$$a = rc = \frac{\text{verticaal verplaatsing}}{\text{horizontaal verplaatsing}} = \frac{7 - 1}{3 - 0} = 2$$

We hebben nu onze lijn gevonden namelijk  $l : y = 2x + 1$

We gaan nu kijken naar de lijn  $m$ . Een formule voor een lijn is altijd van de vorm:  $y = ax + b$ . Er geldt dat  $b$  het snijpunt van de lijn met de  $y$ -as is dus  $b = \frac{9}{2}$ . Vervolgens bepalen we  $a$  wat de richtingscoëfficiënt is van de lijn. We nemen twee makkelijke punten van de lijn bijvoorbeeld  $(-1, 3)$  en  $(3, 9)$ .

$$a = rc = \frac{\text{verticaal verplaatsing}}{\text{horizontaal verplaatsing}} = \frac{9 - 3}{3 - (-1)} = \frac{9 - 3}{3 + 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

We hebben nu onze lijn gevonden namelijk  $m : y = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$

**b De lijn  $p$  is evenwijdig met lijn  $k$  en gaat door het punt  $Q(0, 1)$ . Stel de formule van lijn  $p$  op.**

We gaan een formule opstellen voor de lijn  $p$ . De lijn is evenwijdig aan de lijn  $k$  die de volgende formule heeft:  $k : y = -3x + 3$ . Aangezien  $p$  een lijn is, is de formule van de vorm  $p : y = ax + b$ . Twee lijnen zijn evenwijdig als ze dezelfde richtingscoëfficiënt hebben dus voor  $p$  hebben we dat  $a = -3$ . We weten verder dat  $p$  door het punt  $Q(0, 1)$  gaat.

$$\left. \begin{array}{l} p : y = -3x + b \\ Q(0, 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 = -3 \cdot 0 + b \\ b = 1 \end{array}$$

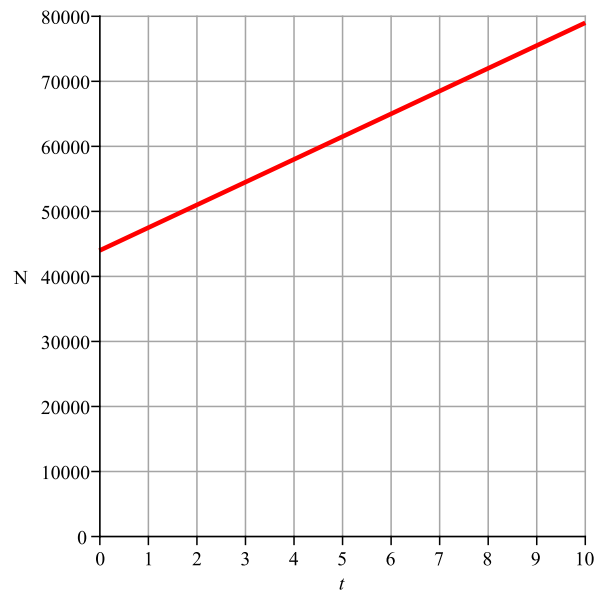
We hebben nu  $a$  en  $b$  gevonden dus de formule voor de lijn  $p$  is:  $p : y = -3x + 1$ .

**Vraag 3 Een vliegmaatschappij houdt voor enkele jaren bij hoeveel mensen een vliegreis maken. Zie de tabel hieronder voor deze gegevens:**

Jaar	Aantal mensen
2000	44000
2001	47500
2002	51000
2003	54500
2004	58000
2005	61500

Tabel 2: Vliegcreizen

a Teken de grafiek die hoort bij deze data.



Figuur 3: Vliegcreizen

b De vliegmaatschappij weet elk jaar meer vliegcreizen te verkopen. Met hoeveel neemt het aantal mensen dat een vliegcreis koopt per jaar toe?

We gaan hiervoor de richtingscoëfficiënt van de lijn bepalen. We nemen hiervoor twee makkelijk afleesbare punten van de lijn bijvoorbeeld:  $(0, 44000)$  en  $(5, 61500)$ .

$$a = rc = \frac{\text{verticaal verplaatsing}}{\text{horizontaal verplaatsing}} = \frac{61500 - 44000}{5 - 0} = \frac{17500}{5} = 3500$$

Het aantal vliegcreizen neemt dus met 3500 per jaar toe.

c Stel de formule op bij dit verband. Neem  $t$  in jaren met  $t = 0$  in 2000.

We gaan een formule opstellen bij dit verband. We zien dat we te maken hebben met een lijn dus is de formule van de vorm  $N = at + b$ . We bekijken eerst het snijpunt van de lijn met de y-as. We zien dat bij  $t = 0$  het aantal vliegereizen gelijk is aan 44000. We hebben nu dus dat  $N = at + 44000$ . We weten dat er ieder jaar 3500 meer mensen een vliegereis maakt dus  $a = 3500$ . De formule is nu  $N = 3500t + 44000$ .

**Vraag 4 Los op.**

**a**  $7x - 3 = 2x + 2$

$$7x - 3 = 2x + 2$$

$$-2x \quad -2x$$

$$5x - 3 = 2$$

$$+3 \quad +3$$

$$5x = 5$$

$$x = 1$$

**b**  $-4x + 5 = 2x - 13$

$$-4x + 5 = 2x - 13$$

$$-2x \quad -2x$$

$$-6x + 5 = -13$$

$$-5 \quad -5$$

$$-6x = -18$$

$$x = \frac{-18}{-6} = 3$$

**c**  $4(x - 2) = 2x + 4$

$$4(x - 2) = 2x + 4$$

$$4x - 8 = 2x + 4$$

$$-2x \quad -2x$$

$$2x - 8 = 4$$

$$+8 \quad +8$$

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2} = 6$$

**d**  $2 + 5(-x + 3) = -3x - 9$

$$2 + 5(-x + 3) = -3x - 9$$

$$2 - 5x + 15 = -3x - 9$$

$$-5x + 17 = -3x - 9$$

$$\begin{aligned}
&+3x && +3x \\
-2x + 17 &= && -9 \\
-17 &&& -17 \\
-2x &= && -26 \\
x &= && \frac{-26}{-2} = 13
\end{aligned}$$

**Vraag 5** Gegeven zijn de volgende functies,  $f(x) = \frac{1}{4}x + 2$  en  $g(x) = 2x - \frac{3}{2}$ .

**a** Bereken  $f(2)$ ,  $f(5)$ ,  $g(-3)$  en  $g(4)$ .

We gaan de waarde van  $f$  bepalen in de punten 2 en 5. We moeten om  $f(2)$  te bepalen voor  $x$  nu 2 invullen en we krijgen dan:

$$f(2) = \frac{1}{4} \cdot 2 + 2 = \frac{5}{2}$$

We gaan vervolgens  $f(5)$  berekenen door nu voor  $x$  5 in te vullen.

$$f(5) = \frac{1}{4} \cdot 5 + 2 = \frac{13}{4}$$

We gaan nu kijken naar de punten  $g(-3)$  en  $g(4)$ . We gaan dus in de formule van  $g$  het punt  $-3$  invullen:

$$g(-3) = 2 \cdot -3 - \frac{3}{2} = \frac{-15}{2}$$

. Vervolgens gaan we het punt  $x = 4$  invullen en we krijgen dan:

$$g(4) = 2 \cdot 4 - \frac{3}{2} = \frac{13}{2}$$

**b** Bereken  $f(2) + g(2)$ .

We gaan nu eerst de waarde van de twee punten apart bepalen.

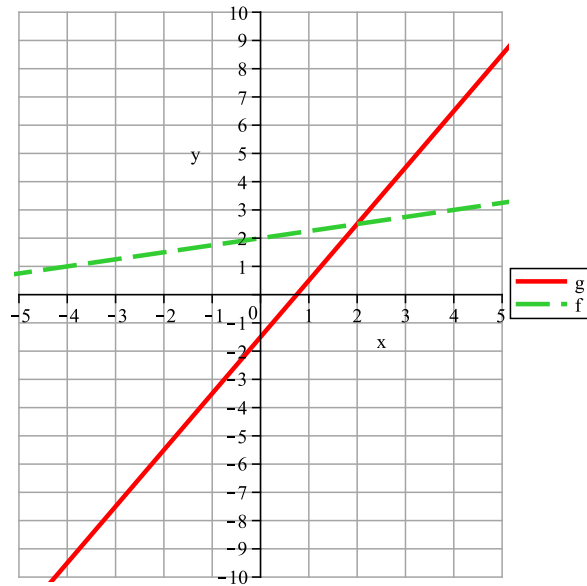
$$f(2) = \frac{1}{4} \cdot 2 + 2 = \frac{5}{2}$$

$$g(2) = 2 \cdot 2 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

We willen vervolgens weten wat  $f(2) + g(2)$  is. We tellen hiervoor de twee waarden bij elkaar op en krijgen dan:

$$f(2) + g(2) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

**c** Teken de grafieken in 1 figuur.



Figuur 4: Lijnen

<b>x</b>	-4	-2	0	2	4
<b>f</b>	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
<b>g</b>	$-9\frac{1}{2}$	$-5\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$

Tabel 3: Tabel bij figuur 4

d De grafieken snijden elkaar in het punt S. Bereken de coördinaten van het snijpunt S.

We gaan het snijpunt bepalen van de lijnen f en g. We bepalen eerst de  $x$ -coördinaat van het snijpunt door f en g aan elkaar gelijk te stellen

$$\frac{1}{4}x + 2 = 2x - \frac{3}{2}$$

$$-2x \quad -2x$$

$$\frac{-7}{4}x + 2 = \frac{-3}{2}$$

$$-2 \quad -2$$

$$\frac{-7}{4}x = \frac{-7}{2}$$

$$x = \frac{\frac{-7}{2}}{\frac{-7}{4}} = \frac{-7}{2} \times \frac{-4}{7} = \frac{28}{14} = 2$$

e Onderzoek of het punt  $(-3, -\frac{5}{4})$  op de grafiek van f ligt.

We gaan onderzoeken of het punt  $(-3, -\frac{5}{4})$  op de grafiek van  $f$  ligt. Hiervoor moeten we de  $x$ -coördinaat van ons punt invullen in de functie  $f$  en kijken of ons  $y$ -coördinaat klopt.

$$f(-3) = \frac{1}{4} \cdot -3 + 2 = -\frac{5}{4}$$

We zien dat bij de gegeven  $x$ -coördinaat ook de gegeven  $y$ -coördinaat hoort dus ons punt ligt op de grafiek van  $f$ .

**f Het punt Q ligt op de grafiek van  $g$  en  $y_Q = 3$ . Bereken  $x_Q$ .**

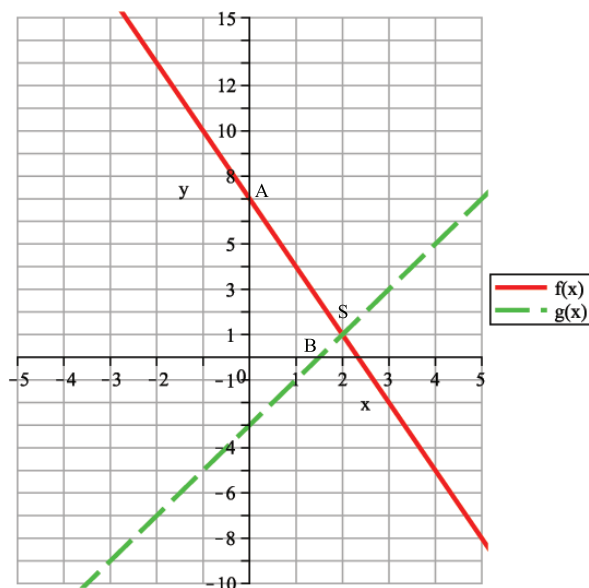
We gaan de  $x$ -coördinaat zoeken dat hoort bij het punt Q. We moeten hiervoor de functie van  $g$  gelijkstellen aan de gegeven  $y$ -coördinaat.

$$2x - \frac{3}{2} = 3$$

$$+\frac{3}{2} \quad +\frac{3}{2}$$

$$2x = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{\frac{9}{2}}{2} = \frac{9}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$$



Figuur 5: Lijnen

**Vraag 6** Gegeven zijn de functies  $f(x) = -3x + 7$  en  $g(x) = 2x - 3$ . Zie ook figuur 5.

**a** De grafiek  $f$  snijdt de  $y$ -as in het punt A. Bereken de coördinaten van A.

We gaan de coördinaten van het punt A zoeken. We weten dat het punt A de  $y$ -as snijdt dus we weten al dat de  $x$ -coördinaat gelijk is aan 0. We kunnen nu de  $y$ -coördinaat vinden door de  $x$ -coördinaat in te vullen in de formule van  $f$ :



$$f(0) = -3 \cdot 0 + 7 = 7$$

We hebben nu de coördinaten van A namelijk:  $(0, 7)$ .

**b De grafiek g snijdt de x-as in het punt B. Bereken de coördinaten van B.**

We gaan nu de coördinaten van het punt B bepalen. We weten dat het punt B op de  $x$ -as ligt dus we kunnen al zeggen dat de  $y$ -coördinaat van B gelijk is aan 0. We willen nu ook de  $x$ -coördinaat weten van B en we vinden deze door de functie van g gelijk te stellen aan 0:

$$2x - 3 = 0$$

$$+3 \quad +3$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

We hebben nu de coördinaten van B namelijk:  $(\frac{3}{2}, 0)$ .

**c De grafieken van f en g snijden elkaar in het punt S. Bereken de coördinaten van S.**

We gaan de coördinaten van het snijpunt S bepalen. We bepalen eerst de  $x$ -coördinaat door de twee functies aan elkaar gelijk te stellen:

$$-3x + 7 = 2x - 3$$

$$-2x \quad -2x$$

$$-5x + 7 = -3$$

$$-7 \quad -7$$

$$-5x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-5} = 2$$

We hebben nu de  $x$ -coördinaat van ons snijpunt gevonden. We vinden vervolgens de  $y$ -coördinaat door de  $x$ -waarde in 1 van beide functies in te vullen:

$$f(2) = -3 \cdot 2 + 7 = 1$$

$$g(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

We zien dat het niet uitmaakt in welke functie we de  $x$ -waarde invullen want in het snijpunt hebben beide functies dezelfde  $y$ -waarde. De coördinaten van het snijpunt S zijn:  $(2, 1)$

\*

---

\*Dit document is samengesteld door onderwijsbureau Bijles en Training. Wij zijn DE expert op het gebied van bijlessen en trainingen in de exacte vakken, van VMBO tot universiteit. Zowel voor individuele lessen op maat als voor doelgerichte groepstrainingen die je voorbereiden op een toets of tentamen. Voor meer informatie kun je altijd contact met ons opnemen  
via onze website: <http://www.wiskundebijlessen.nl>  
of via e-mail: [marc\\_bremer@hotmail.com](mailto:marc_bremer@hotmail.com).

**Disclaimer**

Alle informatie in dit document is met de grootst mogelijke zorg samengesteld. Toch is het niet uit te sluiten dat informatie niet juist, onvolledig en/of niet up-to-date is. Wij zijn hiervoor niet aansprakelijk. Op geen enkele wijze kunnen rechten worden ontleend aan de in dit document aangeboden informatie.

**Auteursrecht**

Op dit document berust auteursrecht. Het is niet toegestaan om dit document zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de auteur te kopiëren en/of te verspreiden in welke vorm dan ook.